Universidad de Costa Rica, Facultad de Ciencias Económicas

Escuela de Estadística - Curso: SP-1633 Series Cronológicas

Prof. Shu Wei Chou-Chen

Lista de ejercicios # 3

1. En la base de datos "cardiovascular.xls" se refiere a las cifras de defunciones por problemas cardiovasculares en Costa Rica en el periodo 2000-2007.

a. Obtenga el gráfico lineal de la serie y estime función de autocorrelación.
b. Comente el comportamiento de la serie.

2. En la base de datos "ventas.xls" se refiere a las ventas mensuales de un producto realizadas por una empresa en el periodo 2001-2005.

a. Obtenga el gráfico lineal de la serie y estime función de autocorrelación.
b. Comente el comportamiento de la serie.

3. Utilice la serie `fpp2::goog` de la bolsa de valores del Google de 25 de febrero, 2013 a 13 de febrero, 2017.

a. Haga un gráfico lineal de la serie y y estime función de autocorrelación.
b. Comente las características de esta serie.
c. Defina Z_t como la serie diferenciada de la serie Y_t, es decir,

$$Z_t = Y_t - Y_{t-1}.$$

Z_t mide el cambio que produce la observación en el tiempo t con respecto a la observación en el tiempo $t-1$. Utilice la función `diff(goog)` para obtener los cambios diarios de la serie.
d. Haga un gráfico lineal de la serie Z_t y estime su función de autocorrelación. Comente los resultados y compare con los resultados de (a) y (b).

4. Considere el proceso estocástico independiente $Z_t = a_t$ con $t = \pm 1, \pm 2, ...$ y

$$a_t = \begin{cases} 1, & \text{con probabilidad } \ 1/2 \\ -1, & \text{con probabilidad } \ 1/2, \end{cases}$$

a. Calcule la media del proceso Z_t.
b. Calcule $\gamma(t,s) = Cov(a_t, a_s)$ y haga su gráfico.
c. Calcule $\rho(t,s) = \frac{\gamma(t,s)}{\sqrt{\gamma(t,t)\gamma(s,s)}}$ y haga el gráfico.
d. ¿Z_t es débilmente estacionario?

5. Suponga que $\{a_t, t = 1, 2, ...\}$ es una secuencia de variables aleatorias independientes e identicamente distribuídas, con

$$P(a_t = 0) = P(a_t = 1) = \frac{1}{2}$$

a. ¿El proceso $a_1 + a_2 cos(t)$ es estacionario?
b. ¿El proceso $a_1 + a_2 \cos(t) + a_3 \cos(t) + \sin(t)$ es estacionario?

6. Si $\{X_t, t \in T\}$ y $\{Y_t, t \in T\}$ son estacionarios y además independientes, defina $Z_t = aX_t + bY_t$ para todo t. ¿$\{Z_t, t \in T\}$ será estacionario?

7. Considere una secuencia aleatorias $\{\epsilon_t, t \geq 1\}$, tal que ϵ_t es independiente e idénticamente distribuida con media μ_ϵ y variancia σ_ϵ^2. Defina el paseo aleatorio X_t como

$$X_t = \epsilon_1 + ... + \epsilon_t.$$

a. Muestre que $E(X_t) = t\mu_\epsilon$ y $Var(X_t) = t\sigma_\epsilon^2$.
b. Muestre que $\gamma_X(t, s) = \sigma_\epsilon^2 min(t, s)$.
c. ¿Es X_t estacionario?
d. Simule los datos de ϵ_t y X_t de tamaño $T = 100$. Realice gráficos lineales para las dos series simuladas y comente los resultados.

8. Sea $Z(t) = \sum_{j=1}^{n}(A_j \cos\lambda_j t + B_j \sin\lambda_j t)$, donde $t = 0, \pm1, ...$ y $\lambda_1, ..., \lambda_n$ son constantes positivas, y A_j, B_j son variables aleatorias independientes e independientes entre sí con medias 0 y variancias $\sigma_j^2 = Var(A_j) = Var(B_j), j = 1, ..., n$. El proceso $Z(t)$ es estacionario? Encuentre la media $E(Z(t))$ y la función de autocovariancia $\gamma(t, t + h)$ de $Z(t)$.

9. Utilice la serie `fpp2::goog` de la bolsa de valores del Google de 25 de febrero, 2013 a 13 de febrero, 2017.

a. Haga un gráfico lineal de la serie y comente las características de esta serie.
b. Una serie diferenciada Z_t de la serie Y_t es definida como

$$Z_t = Y_t - Y_{t-1}.$$

Z_t mide el cambio que produce la observación en el tiempo t con respecto a la observación en el tiempo $t - 1$. Utilice la función `diff(goog)` para obtener los cambios diarios de la serie.
c. Haga un gráfico lineal de la serie obtenida en b. ¿La serie parece a un ruido blanco?
d. Utilice la función `ggAcf()` para calcular la función de autocorrelación y compárela con la función de autocorrelación de los ruidos blancos.

10. Compare el modelo de caminata aleatoria con el ejercicio 7. Recuerde que una caminata aleatoria se define como:

$$X_t = X_{t-1} + \epsilon_t,$$

donde $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

a. Simule una secuencia de variables aleatorias normales con media 0 y variancia 1.
b. Utilice la función `cumsum()` para generar la suma acumulada de la secuencia en a.
c. Haga un gráfico lineal de la serie generada en (b) y estime la función de autocorrelación.
d. Realice varias veces el ejercicio y observe el comportamiento de la serie generada.
e. Comente las características de este proceso y compare con los resultados empíricos de este ejercicio con los resultados teóricos del ejercicio 7.